

北京师范大学广州实验学校 2019-2020 学年

第一学期期中高一数学问卷

命题人 董杨 审核人 杨亮

本试卷共4页，22小题，满分150分，考试用时120分钟。

注意事项：

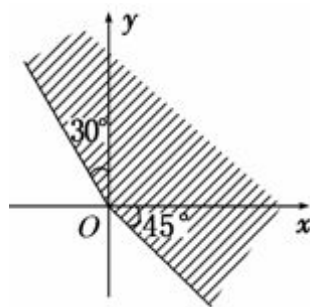
1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将答题卡交回。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，终边在阴影部分(含边界)的角的集合是()

- A. $\{\alpha | -45^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ\}$
- B. $\{\alpha | 120^\circ \leq \alpha \leq 315^\circ\}$
- C. $\{\alpha | -45^\circ + k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
- D. $\{\alpha | 120^\circ + k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq 315^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$



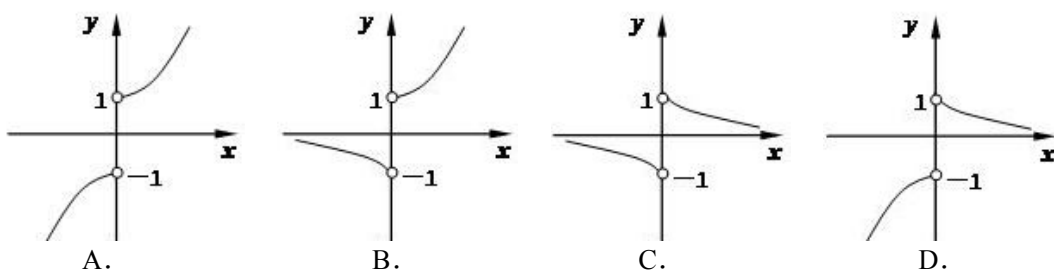
2. 下列四组函数中，表示相同函数的一组是().

- A. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, g(x) = x + 1$
- B. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = (\sqrt{x})^2$
- C. $f(x) = |x|, g(x) = \sqrt{x^2}$
- D. $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}, g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

3. 下列各角不属于第二象限角的是()

- A. $\frac{2\pi}{3}$
- B. 2
- C. 2018°
- D. -2018°

4. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx (a \neq 0)$ 满足 $f(-3) = 3$, 则 $f(3)$ 等于 ().
- A. 2 B. -2 C. -3 D. 3
5. 下列函数中, 增长速度最快的是 ().
- A. $y = 2019^x$ B. $y = x^{2019}$ C. $y = \log_{2019} x$ D. $y = 2019x$
6. 函数 $f(x) = 2^x + 3x$ 的零点所在的一个区间是 ().
- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$
7. 计算 $\frac{\log_9 16}{\log_3 4}$ 的值为 ().
- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$
8. 设 $a = 0.6^{0.6}, b = 0.6^{1.5}, c = 1.5^{0.6}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ().
- A. $b < a < c$ B. $a < c < b$ C. $a < b < c$ D. $b < c < a$
9. 已知幂函数 $f(x) = x^\alpha$, 当 $x > 1$ 时, 恒有 $f(x) < x$, 则 α 的取值范围是 ().
- A. $0 < \alpha < 1$ B. $\alpha < 1$ C. $\alpha > 0$ D. $\alpha < 0$
10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1 + \log_2(2-x), & x < 1, \\ 2^{x-1}, & x \geq 1, \end{cases}$ $f(-2) + f(\log_2 12) =$ ().
- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
11. 函数 $y = \frac{xa^x}{|x|} (0 < a < 1)$ 的图象的大致形状是 ().

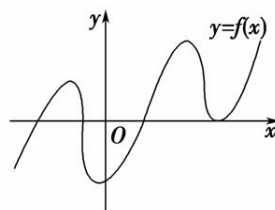


12. 若函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x > 1, \\ (4 - \frac{a}{2})x + 2, & x \leq 1 \end{cases}$ 是 R 上的单调增函数, 则实数 a 的取值范围为 ().
- A. $(1, +\infty)$ B. $(1, 8)$ C. $(3, 8)$ D. $[4, 8)$

第II卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示, 则不能利用二分法求解的零点有_____个.



14. 若 $x \log_2 3 = 1$, 则 $3^x + 3^{-x} =$ _____.

15. 若函数 $f(x) = a^x (a > 1)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{a}{2}$, 则 $a =$ _____.

16. 若 $\log_a \frac{1}{2} < 1$, ($a > 0$, 且 $a \neq 1$), 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

计算 $2 \log_3 2 - \log_3 \frac{4}{9} + 10^{-1} - |-0.01|^{\frac{1}{2}}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

已知一个扇形的周长是 40.

(1) 若扇形的面积为 100, 求扇形的圆心角;

(2) 求扇形面积 S 的最大值

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \log_a(x+1) + \log_a(1-x)$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$).

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并证明;

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$ 的定义域为 A , 集合 $B = \{x | 2 \leq 2^x \leq 16\}$, 非空集合 $C = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, 全集为实数集 R

- (1) 求集合 $A \cap B$ 和 $C_R B$;
- (2) 若 $A \cup C = A$, 求实数 m 取值的集合

21. (本小题满分 12 分)

设定义域为 R 的奇函数 $f(x) = \frac{1}{2^x + a} - \frac{1}{2}$ (a 为实数)

- (1) 求 a 的值;
- (2) 判断 $f(x)$ 的单调性 (不必证明), 并求出 $f(x)$ 的值域;
- (3) 若对任意的 $x \in [1, 4]$, 不等式 $f(k - \frac{2}{x}) + f(2-x) > 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + mx + m - 1$ ($a \neq 0$).

- (1) 若 $f(-1) = 0$, 判断函数 $f(x)$ 的零点个数;
- (2) 若对任意实数 m , 函数 $f(x)$ 恒有两个相异的零点, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 已知 $x_1, x_2 \in R$ 且 $x_1 < x_2$, $f(x_1) \neq f(x_2)$, 求证: 方程 $f(x) = \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$

在区间 (x_1, x_2) 上有实数根.