

北京师范大学广州实验学校 2020-2021 学年第一学期

期中考试高一年级数学试卷

命题人：胡睿 审题人：蔡迪

本试卷共 4 页 22 题；满分 150 分；考试时间：120 分钟；

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上，写在试卷上均无效，不予计分。

一. 单选题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，每小题只有一个正确选项）

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$ ，集合 $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 2x, 0\}$ ，那么 $A \cup B$ 等于()
A. $\{-1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 下列函数中在定义域上既是奇函数又是增函数的为()
A. $y = x + 1$ B. $y = -x^2$ C. $y = x^3$ D. $y = -\frac{1}{x}$
3. 命题 $P: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \geq 1$ ，则 $\neg P$ 是()
A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 1$ B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 1$
C. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 1 < 1$ D. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 1 \leq 1$
4. 一元二次不等式 $(3 - 2x)(x + 1) < 0$ 的解集是()
A. $(1, \frac{3}{2})$ B. $(-\infty, -1) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ C. $(-\frac{3}{2}, 1)$ D. $(-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (1, +\infty)$
5. 若 $a = 1.5^{0.2}$ ， $b = 1.5^{0.4}$ ， $c = 0.9^5$ ，则()
A. $c > b > a$ B. $a > b > c$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

6. 已知 $a \in \mathbb{R}$ ，“幂函数 $f(x) = x^{a-1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数”是“指数函数 $g(x) = (2a - 3)^x$ 为增函数”成立的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x) = -1 + \frac{2x}{x^2 + 1}$ ，若 $f(a) = \frac{2}{3}$ ，则 $f(-a) =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $-\frac{8}{3}$

8. 对任意实数 a, b, c ，记 $\min\{a, b, c\}$ 表示三个数中的最小者，如 $\min\{1, 2, 3\} = 1$ ，函数 $f(x) = \min\{14 - x, x^2, x + 2\}$ ，则 $f(x)$ 的最大值是()

- A. 8 B. -4 C. -3 D. $-\frac{\sqrt{7-1}}{2}$

二. 多选题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，每小题至少有两个正确选项，多选、错选不给分，少选得 2 分）

9. 下列选项中两个函数相等的有()

- A. $f(x) = |x|$ ， $g(x) = \sqrt{x^2}$ B. $f(x) = |x|$ ， $g(x) = (\sqrt{x})^2$
C. $f(x) = \frac{x}{x}$ ， $g(x) = 1$ D. $f(x) = x^2 + 2x + 1$ ， $g(t) = (t + 1)^2$

10. 关于函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ，下列结论正确的是()

- A. $f(x)$ 的图象过原点 B. $f(x)$ 是奇函数
C. $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递减 D. $f(x)$ 是定义域上的增函数

11. 某公司一年购买某种货物 900 吨，现分次购买，若每次购买 x 吨，运费为 9 万元/次，一年的总存储费用为 $4x$ 万元. 要使一年的总运费与总存储费用之和最小，则下列说法正确的是()

- A. $x = 10$ 时最小值 B. $x = 45$ 时最小值
C. 最小值为 850 万元 D. 最小值为 360 万元

12. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = x - x^2$, 则下列说法正确的是()

- A. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{1}{4}$ B. $f(x)$ 在 $(-1, 0)$ 是增函数
C. $f(x) > 0$ 的解集为 $(-1, 1)$ D. $f(x) + 2x \leq 0$ 的解集为 $[0, 3]$

三. 填空题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 计算: $-(\frac{1}{2})^{-1} + 8^{\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx - 1 \leq 0$ 的解集为 $[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}]$, 则不等式 $x^2 - bx - a < 0$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知 x, y 为非负实数, 且满足 $x + 2y = 1$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y+1}$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{2+2x}$, 则 $f(\frac{1}{2020}) + f(\frac{1}{2019}) + f(\frac{1}{2018}) + \dots + f(\frac{1}{2}) + f(1) + f(2) + \dots + f(2018) + f(2019) + f(2020) = \underline{\hspace{2cm}}$.

四. 解答题 (共 6 小题, 第 17 题 10 分, 其余 12 分)

17. 已知集合 $A = \{x \mid 2 - a \leq x \leq 2 + a\}$, $B = \{x \mid x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 4\}$.

- (1) 当 $a = 3$ 时, 求 $A \cap B$;
(2) 若 $A \cup B = R$, 求实数 a 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{|x|}$. 求:

- (1) 函数 $f(x)$ 的定义域;
(2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并加以证明.

19. 已知函数 $f(x) = (\frac{1}{2})^{ax}$, a 为常数, 且函数的图象过点 $(-1, 2)$.

- (1) 求 a 的值;
(2) 若 $g(x) = 4^{-x} - 2$, 且 $g(x) = f(x)$, 求满足条件的 x 的值.

20. (1) 已知 $f(x)$ 满足 $3f(x) + 2f(1-x) = 4x$, 求 $f(x)$ 解析式;

(2) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 2x, & x \leq 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \\ -x, & x \leq 0 \end{cases}$, 当 $x > 0$ 时, 求 $g(f(x))$ 的解析式.

21. 已知函数 $f(x) = x^2 + (a-4)x + 3 - a$.

- (1) 若 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上不单调, 求 a 的取值范围;
(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值.

22. 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 是单调函数, 满足 $f(3) = 6$, 且 $f(kx^2) + f(2x-1) < 0$ 成立, 求实数 k 的取值范围.

- (1) 求 $f(0)$, $f(-1)$;
(2) 若对于任意 $x \in [\frac{1}{2}, 3]$ 都有 $f(kx^2) + f(2x-1) < 0$ 成立, 求实数 k 的取值范围.